AP 2003 / III

1.1 $F_Z = F_{Grav} \Leftrightarrow m\cdot\frac{v^2}{r} = G\frac{mM}{r} \Leftrightarrow \frac{4\pi^2 r^2}{r T^2} = \frac{GM}{r} \Leftrightarrow \frac{T^2}{r^3} = \underbrace{\frac{4\pi^2}{GM}}_{\text{konst.}}$

1.2 $C_E = \frac{4\pi^2}{6{,}673\cdot10^{-11}\frac{m^3}{kg\,s^2}\cdot 5{,}977\cdot10^{24}\,kg} = 9{,}898\cdot10^{-14}\,\frac{s^2}{m^3}$

1.3.1 Muss die Erde in der Aquatorebene umkreisen
Muss mit dem Umlaufsinn der Erde übereinstimmen
Seine Umlaufdauer muss gleich der Rotationsdauer d. Erde sein

1.3.2 $\frac{T_{syn}^2}{R_{syn}^3} = C_E \Leftrightarrow R_{syn} = \sqrt[3]{\frac{T_{syn}^2}{C_E}} = \frac{(24\cdot3600\,s)^2}{9{,}898\cdot10^{-14}\,s^2/m^3} = 42{,}25\cdot10^6\,m$

1.4.1 $g = \frac{F_{Grav}}{m} = \frac{G\cdot m_E}{(r_E+H)^2} = \frac{6{,}673\cdot10^{-11}\frac{m^3}{kg\,s^2}\cdot5{,}977\cdot10^{24}\,kg}{(6{,}368\cdot10^6\,m + 2{,}547\cdot10^6\,m)^2} = 5{,}018\,\frac{m}{s^2}$

1.4.2 $\frac{T^2}{a^3} = C_E \Leftrightarrow T = \sqrt{C_E\cdot a^3}$; 3. Keplergesetz auch für Ellipsen!

$a = \frac{1}{2}(2r_E + h + H)$

$\Rightarrow T = \left(9{,}898\cdot10^{-14}\,\frac{s^2}{m^3}\cdot\left[\frac{1}{2}(2\cdot6{,}386+0{,}360+2{,}547)\cdot10^6\,m\right]^3\right)^{\frac{1}{2}}$

$T = 6{,}88\cdot10^3\,s = 115\,min$ $(\ll 24\,h)$

1.4.3 Achtung: Zu v_{max} gehört r_{min}!

$A_1 = A_2$; $A = \frac{1}{2} b r$

$\frac{1}{2} b_1 r_1 = \frac{1}{2} b_2 r_2$ $\quad b = v\cdot\Delta t$

$v_1 \Delta t\, r_1 = v_2 \Delta t\, r_2$

$v_{min}\cdot r_{max} = v_{max}\cdot r_{min}$

$v_{min} = \frac{r_{min}}{r_{max}}\cdot v_{max} = \frac{(6{,}368+0{,}360)\cdot10^6\,m}{(6{,}368+2{,}547)\cdot10^6\,m}\cdot 8{,}22\,\frac{km}{s} = 6{,}20\,\frac{km}{s}$